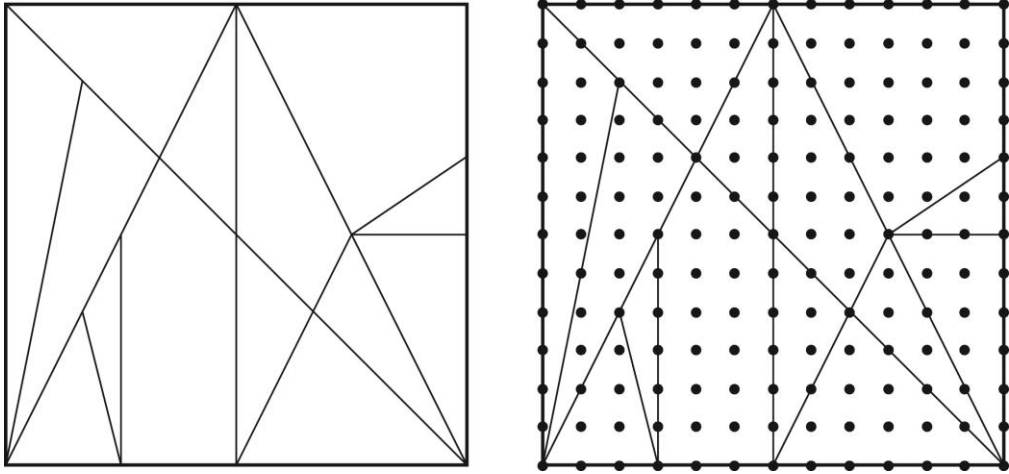


45 阿基米德的“胃痛”遊戲…西方的七巧板

幾年前報紙上刊登過一則有趣的詐騙新聞，兜售太陽眼鏡的生意人向路人宣稱，戴上這高科技眼鏡，可以看穿衣服，讓內在無所遁形，路人甲一時心動買了一副，回去一「視」再「視」，都沒有看到他想看到的，一怒之下，告進法庭。法官傳生意人訊問，生意人說：「沒有可以看透衣服的眼鏡，這是基本常識，只有色迷心竅的人才會受騙，法官應該問路人甲有否色迷心竅，如果沒有，那代表路人甲早就知道這只是一副普通的眼鏡，無所謂受騙。」路人甲只好啞巴吃黃蓮，有苦說不出的撤回告訴。

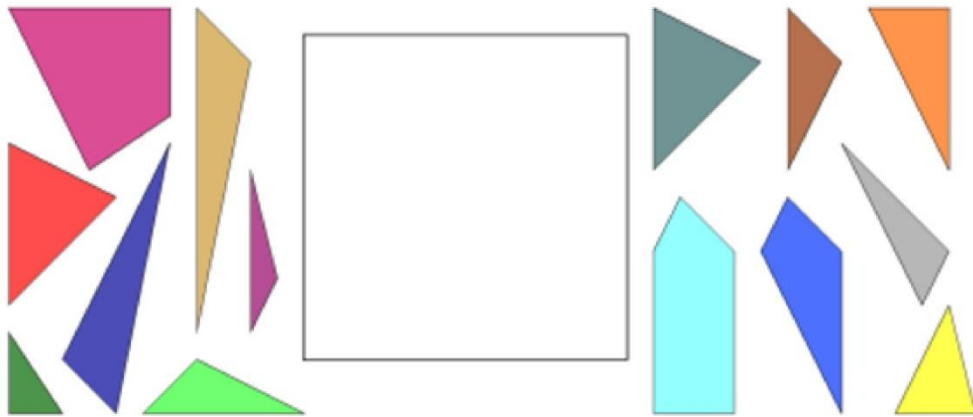
這種用高科技騙人的伎倆時有所聞，事實上，高科技經常被用來擷取、儲存資料與還原原始資料。例如，以前的帳目都是記錄在紙本上，沒多久就累積一大疊資料，當政府人員前來查帳時，往往來不及銷毀，留下證據。現在都用電腦記帳，小小的硬碟就可以記錄許多資料，遇到查帳時，只要手指一按就可以銷毀不想被知道的資料。但是，銷毀的硬碟資料是可以被還原的，科技人員可以一層一層的叫回被殺掉的資料。

這裡我們將介紹一道差一點就消失，而且是世界上最古老的拼圖遊戲。在加州史丹福大學同步輻射實驗室，古文物復原專家運用紫外光與數位圖像電腦處理技術，讓阿基米德發明的一道遊戲重現天日。在 1998 年 10 月 30 日，《紐約時報》頭版登了一則報導：紐約佳士得拍賣會上，有一本其貌不揚的古書，以美金 200 萬的高價成交。從外表看，這本書就像是中世紀某位修士的祈禱書，磨損不堪，布滿燒焦、水漬、發霉的痕跡。然而在祈禱文的下方，隱約可看見幾乎被擦拭掉的、傳抄自古代科學家阿基米德的抄本。這祈禱書是教士約翰·麥隆納斯於公元 1229 年 4 月 14 日抄寫，想在耶穌復活周年日，當作禮物獻給教會。羊皮紙從古代中世紀開始使用，由於價值極為貴重，通常經過皮面刮削後，重新書寫，被稱為再生羊皮紙，麥隆納斯將祈禱文書寫在再生羊皮紙上。透過高科技的掃瞄，祈禱書最後一頁原本是阿基米德稱為《胃痛》的一篇文章。該文章並非談身體的疼痛，而是在論述一道組合學的問題，而且附了一個正方形的插圖：



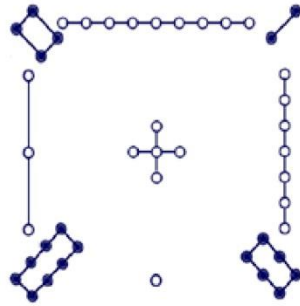
阿基米德的《胃痛》拼圖

將阿基米德胃痛拼圖的正方形切割成 14 塊之後（如下圖所示），再重新拼湊成為正方形的組合方法有多少種？



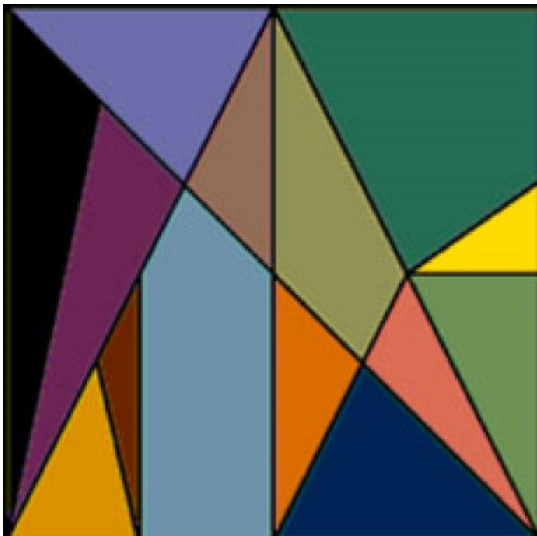
在這再生羊皮書上，阿基米德所給的答案是 17152 種！這答案經過電腦科學家比爾·卡特勒驗證無誤，卡特勒也指出：將旋轉或者鏡射視為同一種的話，仍然有 536 種不同的拼法。事實上，幾位鼎鼎有名的數學家，如隆·格拉罕及金芙蓉夫婦檔，都只靠紙與筆就算出這個數字。

相傳在西元前 23 世紀大禹治水的時候，在黃河支流洛水中，浮現出一個大烏龜，甲上背有 9 種花點的圖案，人們將圖案中的花點數了一下，競驚奇地發現 9 種花點數正巧是 1-9 這 9 個數，各數位置的排列也相當奇妙，後來人們就稱這個圖案為洛書。



洛書給出的 9 個數所排成的方陣具有絕妙的性質，橫的 3 行、縱的 3 列以及兩對角線上各自的數字之和都是 15。人們因它的性質之獨特而大感興趣，對其進行了多方面的研究。中國把這“縱橫圖”或西方稱為“幻方”的精巧結構當作組合數學的濫觴。再生羊皮書的出現，西方似乎也把組合數學的濫觴往前推算到阿基米德的《胃痛》遊戲。

現在讓我們動手做一道練習吧！拿剪刀或美工刀將阿基米德的胃痛拼圖沿著黑線剪開，讓它變成 14 塊。然後將這 14 塊填滿底下阿基米德的正方形圖片，並要求轉動後的縫隙不得與原來的圖形一樣：



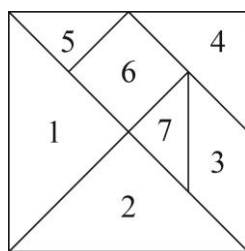
拼成正方形的的方法有 17152 種，如果一位老師每天到學校的第一件事情就是拼出新的正方形，那麼在他退休時，也無法完成所有的拼法。這是否意味著隨便拼都會成功呢？試看看吧！

美國 1977 年發射的尋求外星文明的太空船旅行者 1 號、2 號上，除了有向宇宙人致意的問候訊號外，還帶有一些圖片，這些圖片中就有一張是四階幻方圖。這個四階幻方的構圖，同我國的洛書一樣，也是用不同數量的圖點佈局成的，而且它又是一個具有多種

奇妙性質的四階幻方，向宇宙人告示了我們地球人的智慧。

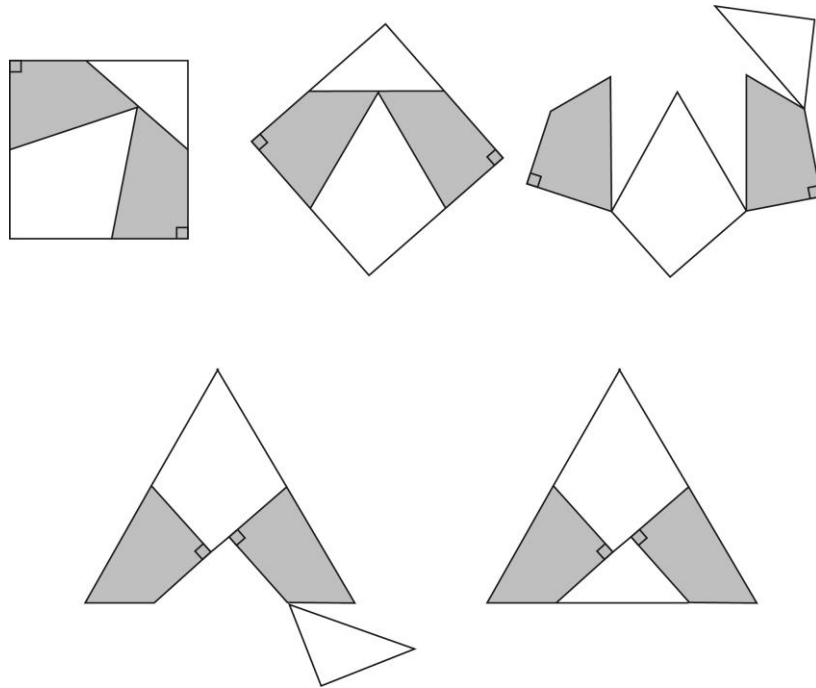
洛書、幻方都是組合學古老的例子，如今加入了《胃痛》遊戲這道啟蒙例子，讓組合學的內涵更多采多姿。從這些例子不難發現，組合學就是在處理離散的情形；而今日的電腦也是以處理離散情形為核心。計算機的使用讓組合學研究一日千里，同樣的，組合學的訓練也使計算機軟體產業得到好的基礎。

阿基米德的羊皮紙手稿，由丹麥學者海伯格於 1906 年在今之伊斯坦堡發現，1920 年再度失蹤，1998 年出現在紐約佳士得拍賣會上。該次拍賣，希臘代表競標至美金 190 萬才退出，而最後的得標者，是一位不願意透露姓名的美國收藏家，這位收藏家說，將來學者可以借閱該手稿。阿基米德的 14 塊拼圖，除了拼成正方形的遊戲之外，也可以玩類似中國七巧板的遊戲，拼各種動物。

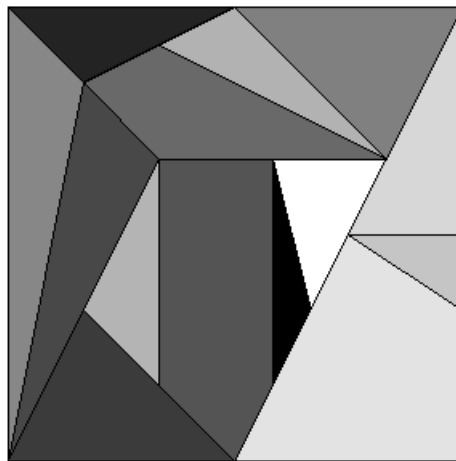


七巧板

《胃痛》拼圖最早出現在中世紀的阿拉伯文譯本上，大家都把它視為類似中國七巧板的遊戲，定位為益智遊戲的一種。事實上，數學家也研究過正方形與正三角形的拼圖，下圖是將正方形分割成四塊，然後逐步拼成正三角形的過程：



直到再生羊皮書的出現，才瞭解阿基米德是在研究拼成正方形的組合方法數，並不是拼圖遊戲或是七巧板之類的益智遊戲。也因為這樣，阿基米德也成為西方組合學的老祖先。這裡附上胃痛拼圖眾多解答中的一種，也是個人覺得很漂亮的拼法：



胃痛拼圖的啟發與延伸：

- (1) 透過格子點的巧妙切割，阿基米德找到了一道有萬餘種拼法的拼圖遊戲，不僅讓我們開了眼界，也替拼圖遊戲增添了豐富的遺產。
- (2) 多邊形的拼圖遊戲，在接觸頂點處牽涉到角度和的問題，由於每塊拼圖的邊長至多是開根號的長度，瞭解這個限制所能形成的角度和問題是值得深思的一道數學問題。
- (3) 尋找面積稍小，拼圖個數也較少（例如八、九或十塊的拼圖），但拼法有數千種的新

拼圖遊戲。這樣的拼圖遊戲是否存在？如果可以找到，肯定是一道更膾炙人口的拼圖遊戲。有興趣的讀者可以動手試試看。

參考文獻

[1] 曹亮吉譯（內茲，諾爾著），《阿基米德寶典—失落的羊皮書》，天下文化出版。